Prof. Dr. J. DANKERT **FH Hamburg**

AUFGABEN

zur

VORLESUNG

MATHEMATIK

Die Aufgaben werden zum Teil in der Vorlesung behandelt. Sie sind deshalb zu allen Veranstaltungen mitzubringen.

Aufgabe 1.1 Man gebe eine Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen an:

$$s = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = ...$$

Aufgabe 1.2

a) Wieviel Möglichkeiten gibt es, n Personen auf n Plätzen anzuordnen?

b) Wieviel unterschiedliche "Bilder" könnte ein Außenstehender sehen, wenn sich unter den n Personen zwei befinden, die nicht unterscheidbar ähnlich sind?

c) Wieviel "Bilder" gibt es, wenn m Personen ($m \le n$) nicht unterscheidbar ähnlich sind?

Aufgabe 1.3

a) Auf wieviel unterschiedliche Möglichkeiten kann ein Skatspieler seine 10 Karten stecken?

b) Wieviel unterschiedliche Möglichkeiten der Kartenverteilung gibt es beim Skat (3 Spieler erhalten je 10 Karten, 2 Karten liegen im Skat, auf die Reihenfolge der Karten bei den einzelnen Spielern und bei den Karten im Skat kommt es nicht an).

Aufgabe 1.4 Wieviel 10-buchstabige "Wörter" ließen sich aus den 10 Buchstaben ABAKADABRA bilden, wenn jede noch so unleserliche Möglichkeit (auch BBKRDAAAAA gilt als "Wort") zugelassen ist?

Aufgabe 1.5 Ein **Alphabet** für die Bildung von **Namen** in einer höheren Programmiersprache besteht aus 44 Zeichen:

*	26 Groß-Buchstaben	ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
*	10 Ziffern	0123456789
*	8 Sonderzeichen	#$_%@|&\

Ein Name muß auf der **ersten Position** einen **Groß-Buchstaben** haben, ansonsten besteht er aus einer beliebigen Kombination der 44 Zeichen, die auch mehrfach auftreten können (Beispiele: X3, A#_C, Y, BBBB, A2%2 sind zulässige, 3K, @AB sind unzulässige Namen).

Wieviel maximal vierstellige Namen kann man bilden?

Aufgabe 1.6 In der Hinrunde der Fußball-Bundesliga (bis zur sog. "Herbst-Meisterschaft") spielt jede der 18 Mannschaften gegen jede andere genau einmal. Wieviel Spiele sind das? Wieviel Spiele sind es in der 2. Bundesliga, in der 20 Mannschaften spielen?

Aufgabe 1.7

a) Beim Zahlenlotto werden 6 Zahlen aus 49 (ohne Bewertung der Reihenfolge) gezogen. Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es?

b) Beim Fußball-Toto müssen die Spielausgänge (3 Möglichkeiten) für 11 Spiele vorausgesagt werden. Wieviel Möglichkeiten gibt es?

c) Bei der Wette "Großer Einlauf" im Pferderennen müssen die drei Erstplazierten in der richtigen Reihenfolge vorausgesagt werden. Wieviel Möglichkeiten gibt es, wenn 15 Pferde am Start sind?

Aufgabe 1.8

a) Ein Tennis-Trainer stellt aus 16 Damen vier Doppel-Paarungen zusammen. Wieviel Möglichkeiten gibt es?

b) Wieviel Möglichkeiten gibt es, aus 8 Damen und 8 Herren vier Mix-Doppel-Paarungen zusammenzustellen?

Aufgabe 1.9

a) Wieviel verschiedene achtziffrige Zahlen aus $\mathbb{N}_0$ (natürliche Zahlen einschließlich 0) können mit den beiden Zifern 0 und L des Dualsystems dargestellt werden?

b) Wieviel verschiedene vierziffrige Zahlen aus $\mathbb{N}_0$ lassen sich mit den 16 Ziffern des Hexadezimalsystems darstellen?

Aufgabe 1.10 Ein großzügiger Mensch hat 20 Markstücke in der Tasche, die er an 8 Straßenmusikanten verteilen will. Wieviel verschiedene Verteilungsmöglichkeiten gibt es, wenn kein Musikant völlig leer ausgehen soll?

Aufgabe 1.11 Man wandle die folgenden Zahlen in gemeine Brüche um:

a) $3{,}45$ b) $0{,}\overline{7}$ c) $0{,}\overline{142857}$ d) $0{,}32\overline{13}$

Aufgabe 1.12 Man beschreibe und begründe eine Konstruktion, mit der man bei gegebenem Nullpunkt und gegebenem Einheitspunkt nur mit Zirkel und Lineal die Zahl **4/7** auf der Zahlengeraden darstellen kann.

Aufgabe 1.13 Man berechne x mit Hilfe des Taschenrechners:

a) $\mathbf{x = ld\ 15{,}2}$; b) $\mathbf{x = \log_8 0{,}03}$; c) $\mathbf{10^x = 0{,}325}$

Aufgabe 1.14 Man gebe die Werte für x an, die die folgenden Gleichungen erfüllen:

a) $x^{\lg x}\, 5^{\lg x} = \dfrac{0{,}2}{x}$ b) $2\, ld\, 16 - e^{\ln x} = \lg 10^8 - x$

c) $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+2}$

Aufgabe 1.15 Ein Student des 1. Semesters jobbt als Nachtwache und übt sich, beginnend um Mitternacht, in den Rechenregeln der Elementarmathematik mit folgendem Spiel:

Aus den drei Ziffern, die seine Digitaluhr anzeigt, versucht er, eine korrekte Gleichung zu bilden, in der außer den drei Ziffern (und keiner zusätzlichen!) nur die Symbole

= + - • : ( ) ! √ log lg ld ln

(diese jedoch auch mehrfach) vorkommen dürfen. Bei Verwendung des log-Symbols muß auch die Basis aus den drei Ziffern entnommen werden, entsprechendes gilt für den Wurzelexponenten (Ausnahme: Quadratwurzel).

Als er um 3.30 Uhr abgelöst wird, stellt er voller Genugtuung fest, daß er für alle Ziffernkombinationen, die seine Uhr angezeigt hat, eine solche Gleichung finden konnte. Sein Nachfolger, der das Spiel fortsetzt, verzweifelt schon nach wenigen Minuten an einer offensichtlich nicht lösbaren Aufgabe.

a) Üben Sie sich mit diesem Spiel im Umgang mit den Rechenregeln der Elementarmathematik!

b) Finden Sie jeweils eine Lösung für die Ziffernkombinationen 1,4,6 und 6,5,8.

Aufgabe 1.16 Man berechne (ohne Hilfsmittel):

a) $(372)_8 + (623)_8 =$
b) $(A37)_{16} - (8C)_{16} =$
c) LOLLL · LL00 =
d) LL0L · L0L =
e) L0000LLL : L0L0 =

Aufgabe 1.17 Man rechne in das Dezimalsystem um:

a) $LLO{,}OLL$ b) $O{,}O\overline{L}$ c) $O{,}\overline{LOL}$ d) $O{,}\overline{LLOO}$

Aufgabe 1.18

a) Man rechne die Dezimalzahl 3765 in das Oktalsystem um und kontrolliere das Ergebnis durch Rückrechnung mit Hilfe des Horner-Schemas.

b) Man stelle die Dezimalzahl 735,83 im Dualsystem mit 6 Nachkommastellen dar.

c) $45054{,}359375 = (...)_{16}$; $(6{,}13)_8 = (...)_{10}$; $0{,}171875 = (...)_{16}$;
$(7265)_8 = (...)_2$; $(7265)_8 = (...)_{16}$; $(EBBE{,}2C)_{16} = (...)_8$.

Aufgabe 1.19 Welcher Zahlenbereich (INTEGER) ist im Computer (bei Speicherung der negativen Zahlen als Zweier-Komplement) mit N Bytes darstellbar (N = 1,2,...,8)?

Aufgabe 1.20

Ein Computer speichert INTEGER*2-Zahlen in zwei aufeinanderfolgenden Bytes: Das erste Bit des ersten Bytes enthaelt das Vorzeichen ($0 \rightarrow +$, $L \rightarrow -$), negative Zahlen werden als Zweier-Komplement dargestellt. Ein "Hex-Dump" von acht Speicherzellen (VAX) liefert:

FF F9   00 57   03 E8   B1 E0

Welche 4 INTEGER*2-Zahlen sind in diesen Speicherzellen abgelegt?

Aufgabe 1.21

Als "Geordnete Hexadezimal-Repräsentation" der internen Darstellung einer Gleitkommazahl mit N Bytes in einem Computer wird vereinbart:

- Im 1. Byte steht ganz links (1. Bit) das Vorzeichen der Zahl ($0 \rightarrow +$, $L \rightarrow -$).
- Die folgenden n_E Bits (eventuell über die Grenze des 1. Bytes hinaus) enthalten die Charakteristik des Exponenten (Charakteristik = Exponent + Konstante q_0).
- Es schließen sich unmittelbar die Bits der normierten Mantisse an. Die Mantisse p ist stets so normiert, daß sie im Bereich $0{,}5 \le p < 1$ liegt. Das erste Bit der Mantisse ist immer L und wird nicht(!) gespeichert.
- Die $2 \cdot N$-stellige Hexadezimalzahl, die durch das so beschriebene Bitmuster definiert ist, ist die "Geordnete Hexadezimal-Repräsentation" der Gleitkommazahl, die sich von der Ausgabe als "Hex-Dump" nur durch die Reihenfolge der Ziffern unterscheidet.

Für $N = 4$, $n_E = 8$ und $q_0 = 128$ (z. B.: VAX-REAL*4-Zahlen) seien die folgenden "Geordneten Hexadezimal-Repräsentationen" gegeben:

```
a)    40 00 00 00        b)    41 A0 00 00
c)    C0 00 00 00        d)    40 80 00 00
e)    42 48 00 00        f)    3F 99 99 9A
g)    4F 94 7F 78        h)    75 9D C5 AE
```

Welche Dezimalzahlen sind gespeichert?

Aufgabe 1.22

Wie groß ist der Abstand zwischen der Zahl 1 und der nächstgrößeren darstellbaren Zahl, wenn Gleitkommazahlen so gespeichert werden, wie es in der vorigen Aufgabe beschrieben ist?

Wie groß sind die Abstände zur jeweils nächstgrößeren darstellbaren Zahl für 10 ; 100 ; 1000?