Aufgabe 2.16

Man bestimme die Lösung des nebenstehenden Gleichungssystems.

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & 8 & -12 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 & -10 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 3 & -9 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -26 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & -6 \end{bmatrix} \bar{X} = \begin{bmatrix} 42 & 12 & 12 \\ -122 & -36 & -32 \\ 32 & 9 & 20 \\ -23 & -18 & -6 \\ -21 & -47 & -10 \\ -22 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.17

Man bestimme die Lösung des Gleichungssystem unter Ausnutzung der Symmetrie der Koeffizientenmatrix.

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 & -6 & 12 \\ 3 & 26 & -7 & -11 \\ -6 & -7 & 9 & 7 \\ 12 & -11 & 7 & 65 \end{bmatrix} \bar{X} = \begin{bmatrix} 72 & -63 \\ 34 & -1 \\ 22 & -38 \\ 326 & -344 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.18 Für die beiden Matrizen sind die Zerlegungen nach Cholesky zu ermitteln:

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 9{,}00 & 12{,}90 & 5{,}40 & 0 & 0 & 0 \\ 12{,}90 & 24{,}74 & 17{,}74 & 6{,}25 & 0 & 0 \\ 5{,}40 & 17{,}74 & 50{,}60 & -14{,}08 & -35{,}84 & 0 \\ 0 & 6{,}25 & -14{,}08 & 32{,}03 & 33{,}19 & 3{,}78 \\ 0 & 0 & -35{,}84 & 33{,}19 & 58{,}33 & -2{,}10 \\ 0 & 0 & 0 & 3{,}78 & -2{,}10 & 67{,}92 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 16 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 29 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 45 & -12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 29 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 18 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 45 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.19 Man bestimme die Inversen der beiden Matrizen:

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 \\ 5/3 & -2 \end{bmatrix} \qquad \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.20

Für das nebenstehende Gleichungssystem sind der Rang der Koeffizientenmatrix zu bestimmen und die Lösungsmöglichkeiten für die drei Spalten der Matrix auf der rechten Seite zu diskutieren.

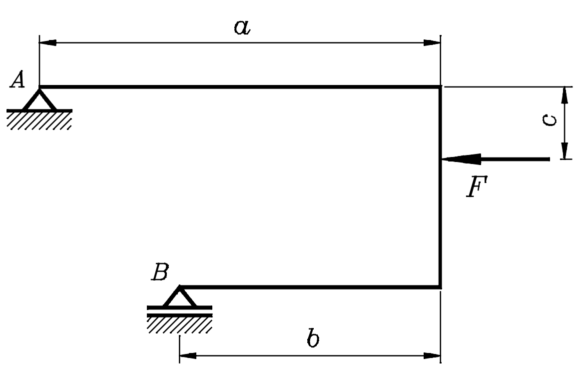
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} \bar{X} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 2 \\ 10 & 0 & 3 \\ 30 & 0 & 4 \\ 10 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.21

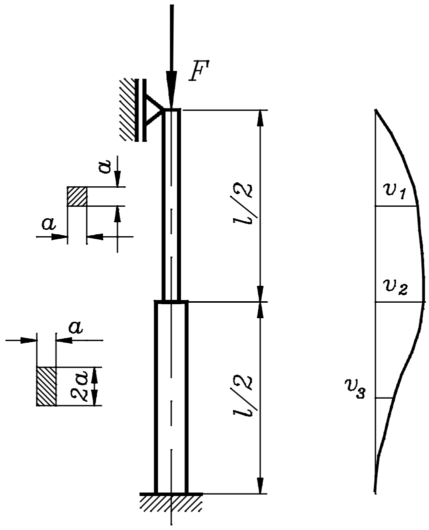
Für den skizzierten Rahmen sind die Gleichgewichtsbedingungen für die Berechnung der Lagerreaktionen bei ***A*** und ***B*** in der Form

$$\bar{A} \begin{bmatrix} F_{AH} \\ F_{AV} \\ F_B \end{bmatrix} = \bar{f}$$

aufzuschreiben.
Man diskutiere die Lösbarkeit dieses Gleichungssystems.



Aufgabe 2.22 Ein Druckstab mit stückweise konstantem Querschnitt (Quadrat im oberen, Rechteck im unteren Bereich) ist wie skizziert gelagert und belastet.



Nach der sogenannten "Theorie 2. Ordnung" (Gleichgewicht am verformten System) erhält man (näherungsweise) für die skzzierten Verschiebungen v_1, v_2 und v_3 die Gleichungen

$$\begin{aligned} 11\,v_1 - 10\,v_2 + 3\,v_3 - 4\,\lambda\,v_1 + 2\,\lambda\,v_2 \phantom{{}+\lambda\,v_3} &= 0 \\ -5\,v_1 + 9\,v_2 - 7\,v_3 + \lambda\,v_1 - 2\,\lambda\,v_2 + \lambda\,v_3 &= 0 \\ 3\,v_1 - 14\,v_2 + 27\,v_3 + 2\,\lambda\,v_2 - 4\,\lambda\,v_3 &= 0 \end{aligned}$$

mit $\lambda = \dfrac{3}{4}\,\dfrac{F\,l^2}{E a^4}$ (E - Elastizitätsmodul).

Man diskutiere die möglichen Lösungen des Gleichungssystems und bestimme die Werte λ, für die nichttriviale Lösungen möglich sind. Die "kritische Kraft" F_{kr}, die zum kleinsten dieser λ-Werte gehört, ist für folgende Werte zu ermitteln:

$$a = 2\ cm\ , \quad l = 40\ cm\ , \quad E = 210000\ N/mm^2\ .$$

Aufgabe 2.23 Man bilde das vektorielle Produkt $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ mit den beiden Vektoren

$$\vec{a} = 4\,\vec{i} + 3\,\vec{j} - 2\,\vec{k} \quad ,$$
$$\vec{b} = 2\,\vec{i} - \vec{j} + 3\,\vec{k}$$

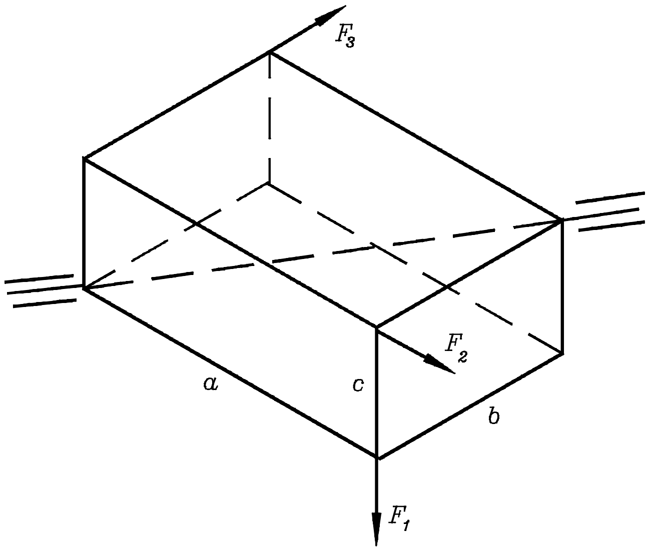
und zeige mit Hilfe des Skalarprodukts, daß der Ergebnisvektor senkrecht zu beiden Faktoren ist.

Aufgabe 2.24

Ein Quader mit den Kantenlängen a, b und c kann um die Raumdiagonale rotieren und ist durch die Kräfte F_1, F_2 und F_3 belastet.

Gegeben:
$a = 8\ cm$;
$b = 5\ cm$;
$c = 3\ cm$;
$F_1 = 12\ N$;
$F_2 = 30\ N$.

Wie groß muß die Kraft F_3 sein, damit der Körper im Gleichgewicht ist?



Aufgabe 2.25

Über einem trapezförmigen Grundriß soll ein **ebenes** Dach angebracht werden. Die drei Höhen h_1, h_2 und h_3 sind vorgegeben. Man bestimme h_4.

Gegeben:
$a = 4\ m$;
$c = 3\ m$;
$h_1 = 2\ m$;
$h_2 = 3\ m$;
$h_3 = 3{,}5\ m$.