Aufgabe 10.1 Man zeige, daß die erste Ableitung der Funktion $y = a\,x^2 + b\,x + c$ für einen beliebigen Punkt x_i durch die zentrale Differenzenformel exakt wiedergegeben wird.

Aufgabe 10.2 Man stelle für die Funktion

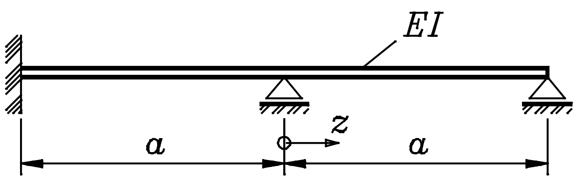
$$y = 4\,(2 - 5\,x)\,e^{-2\,x}$$

eine Wertetabelle im Intervall $0 \le x \le 1$ (Schrittweite $\Delta x = 0{,}2$) auf und ermittle

a) mit Hilfe der einfachen zentralen Differenzenformeln die erste Ableitung y' an den Zwischenpunkten $x = 0{,}1\ ;\ 0{,}3\ ;\ ...$ und die zweite Ableitung y'' an den Punkten $x = 0{,}2\ ;\ 0{,}4\ ;\ 0{,}6\ ;\ 0{,}8$

b) und mit Hilfe der verbesserten Differenzenformeln die erste Ableitung y' und die zweite Ableitung y'' an den Punkten $x = 0{,}4\ ;\ 0{,}6$.

Man vergleiche alle Ergebnisse mit den exakten Werten.



Aufgabe 10.3

Ein Biegeträger (Doppel-T-Träger I100 nach DIN 1025) ist wie skizziert gelagert. Da die Belastung nicht bekannt ist, wird zur Ermittlung der Beanspruchung des Trägers im rechten Teil eine Verschiebungsmessung durchgeführt.

z/a	v_i [mm]
0	**0**
0,2	**1,113**
0,4	**2,126**
0,6	**2,393**
0,8	**1,612**
1	**0**

Es wurden die in der Tabelle zusammengefaßten Durchbiegungen gemessen.

Geg.: $a = 1200$ mm ;
$E = 2{,}1 \cdot 10^5\ N/mm^2$ (Elastizitätsmodul) ;
$I = 171\ cm^4$ (Flächenträgheitsmoment).

Man ermittle näherungsweise (numerische Differentiation) für den Bereich

$$0{,}2\,a \;\le\; z \;\le\; 0{,}8\,a$$

die Biegemomente ($M_b = -\,EIv''$).

Hinweis: Für die Punkte $z = 0{,}2\,a\ ;\ 0{,}4\,a\ ;\ 0{,}6\,a\ ;\ 0{,}8\,a$ können die einfachen zentralen Differenzenformeln verwendet werden, für die Punkte $z = 0{,}6\,a\ ;\ 0{,}8\,a$ auch die verbesserten Differenzenformeln.

Man vergleiche die Näherungsergebnisse mit den (auf anderem, recht mühsamem Wege) ermittelten exakten Ergebnisse:

z/a	0,2	0,4	0,6	0,8
M_b [Nm]	715	4829	6796	5544

Aufgabe 10.4 Man leite die Formel für die Simpsonsche Regel her, indem man eine quadratische Parabel durch die drei äquidistanten Punkte mit den x-Koordinaten a, $(a+b)/2$, b und den zugehörigen y-Koordinaten y_0, y_1, y_2 legt und diese Funktion über das Intervall $a \le x \le b$ integriert.

Aufgabe 10.5 Es ist ein Programm NUMIN1 zur numerischen Lösung des bestimmten Integrals

$$s = \int_{x=x_0}^{x_1} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{\boldsymbol{R}}\right)^2 - 2\,\frac{a}{\boldsymbol{R}}\cos x}\;\; dx$$

(Bogenlänge der Zykloide) zu schreiben, das mit einer vorzugebenden Anzahl $\boldsymbol{N}$ (Abschnitte, in die das Integrationsintervall zu unterteilen ist) einen Näherungswert

a) unter Verwendung der zusammengesetzten Trapezformel und

b) - nur, wenn $\boldsymbol{N}$ eine gerade Zahl ist - auch unter Verwendung der zusammengesetzten Simpsonschen Regel

ermittelt und ausgibt.

Eingabewerte:	$\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{x_1}$	-	Integrationsgrenzen,
	$\boldsymbol{N}$	-	Anzahl der Integrationsabschnitte,
	$\boldsymbol{a/R}$	-	Problemparameter.

Für $\boldsymbol{a/R = 1}$ (gespitzte Zykloide) und $\boldsymbol{x_0 = 0}$, $\boldsymbol{x_1 = 2\pi}$ (eine Umdrehung des Rades, das die Zykloide erzeugt) sind die für verschiedene Werte von $\boldsymbol{N}$ zu ermittelnden Ergebnisse mit der exakten Lösung zu vergleichen.

Aufgabe 10.6 Die Genauigkeit des Ergebnisses der numerischen Integration kann nur recht schwierig abgeschätzt werden. Deshalb werden für die Programmierung Verfahren mit "sukzessiver Intervallhalbierung" bevorzugt: Das Integrationsintervall wird immer feiner unterteilt (doppelte Anzahl von Abschnitten in jedem Schritt gegenüber dem vorigen Schritt), bis die Änderung des Ergebnisses zweier aufeinander folgender Schritte kleiner als eine vorzugebende Schranke ist.

Dabei ist es uneffektiv, in jedem Schritt alle Funktionswerte zu berechnen, da ja jeweils die Hälfte dieser Funktionswerte bereits im vorhergehenden Schritt berechnet wurden. Andererseits ist es auch nicht erforderlich, alle errechneten Funktionswerte in einer (immer größer werdenden) Wertetabelle zu speichern.

Für die zusammengesetzte Trapezregel ist eine Formel zu entwickeln, die bei einer Einteilung des Integrationsintervalls in $\boldsymbol{2n}$ Abschnitte das Ergebnis $\boldsymbol{I_{2n}}$ unter Verwendung des im vorherigen Schritt ermittelten Ergebnisses $\boldsymbol{I_n}$ errechnet, so daß für die Berechnung von $\boldsymbol{I_{2n}}$ nur $\boldsymbol{n}$ neue Funktionswerte berechnet werden müssen.

Da auch die für den aktuellen Schritt zu errechnenden Funktionswerte nicht zwischengespeichert werden müssen (die Formeln zur numerischen Integration erlauben ein ständiges Aufsummieren), ist das beschriebene Verfahren (unter Verwendung der zu ermittelnden Formel) selbst für programmierbare Taschenrechner geeignet.

Aufgabe 10.7 Es ist ein Programm NUMIN2 zur numerischen Lösung des bestimmten Integrals der Aufgabe 27 zu schreiben, das nach der Strategie der "sukzessiven Intervallhalbierung" auf der Basis der zusammengesetzten Trapezformel die Rechnung erst abbricht, wenn sich zwei aufeinanderfolgende Näherungen nur um eine vorzugebende Toleranz ε unterscheiden. Im Gegensatz zum Programm NUMIN1 soll also nicht $\boldsymbol{N}$ (Anzahl der Integrationsschritte) sondern ε als Eingabewert vorgegeben werden.

Neben dem Ergebnis für das Integral soll auch die Anzahl der Abschnitte, in die das Integrationsintervall schließlich unterteilt wurde, ausgegeben werden.

Aufgabe 10.8 Das Programm NUMIN2 ist zum Programm NUMIN3 zu verbessern, indem nach Erreichen der gewünschten Genauigkeit noch eine Richardson-Verbesserung des Ergebnisses unter Verwendung der beiden letzten Näherungen ergänzt wird.

Aufgabe 10.9 Auf der Basis der Strategie, die für das Programm NUMIN2 realisiert wurde, ist ein Programm ROMB1 zu schreiben, das die sukzessive Intervallhalbierung für die Trapezregel mit der Verbesserung nach Romberg verknüpft.

Nach jedem Intervallhalbierungs-Schritt soll der komplette Satz von Romberg-Verbesserungen ausgewertet werden, der bei dem aktuellen Stand der Berechnung möglich ist. Die Rechnung soll abbrechen, wenn die Verbesserung kleiner als eine vorzugebende Schranke wird.

Aufgabe 10.10 Man modifiziere eines der für die numerische Integration geschriebenen Programme so, daß es das in der Statistik sehr wichtige (und in geschlossener Form nicht lösbare) Integral

$$I = \int_{x=a}^{b} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx$$

berechnet (und freue sich darüber, daß man bereits beim Schreiben der anderen Programme an die möglichst einfache Modifizierbarkeit gedacht hat).

Aufgabe 11.1 Man berechne sämtliche Lösungen:

$$a) \quad \sqrt{5 - 12\,i} = \ldots \qquad ; \qquad b) \quad \sqrt[3]{27} = \ldots \quad .$$

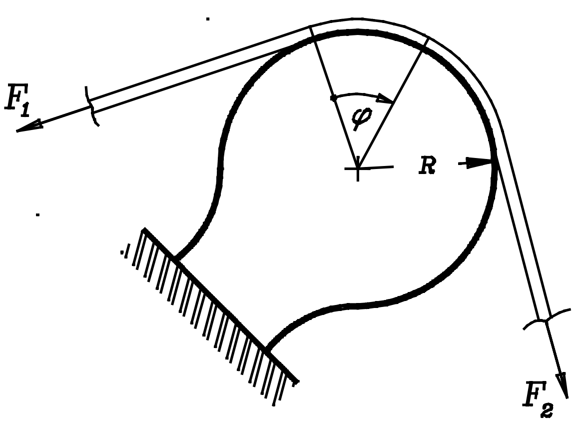
Aufgabe 12.1 Ein Seil wird wie skizziert über einen starren Kreiszylinder geführt. Durch die Haftreibung zwischen Seil und Zylinder (Haftreibungskoeffizient μ_0) bleibt das Seil auch bei unterschiedlichen Kräften F_1 und F_2 in Ruhe.

Dann gilt für die von φ abhängige Kraft F_S im Seil die Differentialgleichung

$$\frac{dF_S}{d\varphi} - \mu_0 F_S = 0 \quad .$$

Gegeben: μ_0 , F_1 .

Man bestimme die Seilkraft F_S als Funktion von φ.



Aufgabe 12.2 Man bestimme die Funktion $y(x)$ des Querschnitts eines rotationssymmetrischen Spiegels, der paralleles Licht so ablenkt, daß alle Lichtstrahlen durch einen Punkt (Brennpunkt) gehen.

Hinweis: Ohne Einschränkung der Allgemeinheit darf angenommen werden, daß der Brennpunkt der Nullpunkt ist und die auf den Spiegel auftreffenden Lichtstrahlen parallel zur x-Achse gerichtet sind. Für die Lösung der Differentialgleichung substituiere man $z = y/x$.

Aufgabe 12.3 Die Differentialgleichung

$$y'''' - y = 0$$

hat die Partikulärlösungen

$$y_1 = e^x \quad ; \quad y_2 = e^{-x} \quad ; \quad y_3 = \cosh x \quad ; \quad y_4 = \sinh x$$

(man überzeuge sich durch Einsetzen). Ist mit diesen vier Partikulärlösungen ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung gegeben?

Aufgabe 12.4 Eine Masse m ist an einer elastischen Feder aufgehängt. Sie wird um die Strecke $x = x_0$ ausgelenkt (in der Lage $x = 0$ ist die Feder entspannt) und zum Zeitpunkt $t = 0$ ohne Anfangsgeschwindigkeit freigelassen.

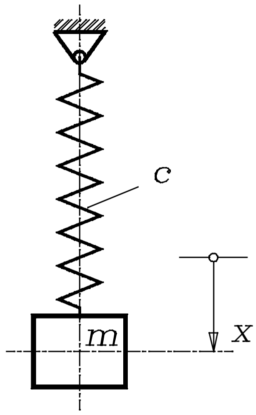
Die freie ungedämpfte Schwingung wird durch die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + c\,x = m\,g$$

beschrieben.

Gegeben: m , c , x_0 .

Man ermittle die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und die Funktion $x(t)$ für die gegebenen Anfangsbedingungen.

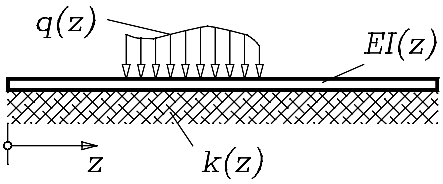


Aufgabe 12.5 Zahlreiche Probleme der technischen Physik (Elastizitätstheorie, Schwingungsuntersuchungen, Stabilitätsprobleme, Berechnung rotationssymmetrischer Behälter, ...) führen auf Sonderfälle der Differentialgleichung

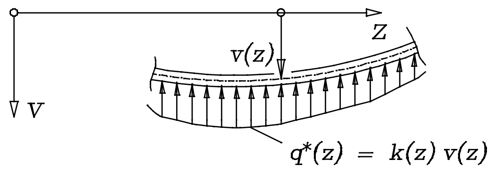
$$\frac{d^2}{dx^2}\left[a(x)\,\frac{d^2y(x)}{dx^2}\right] + \frac{d}{dx}\left[b(x)\,\frac{dy(x)}{dx}\right] + c(x)\,y(x) = r(x) \quad .$$

Mit Hilfe der einfachen zentralen Differenzenformeln mit der Schrittweite h ist für einen beliebigen Punkt i die Differenzengleichung aufzuschreiben, die diese Differentialgleichung annähert.

Aufgabe 12.6 Für den auf einer Unterlage **elastisch gebetteten Träger** wird angenommen, daß die durch die Bettung hervorgerufene Wirkung als Linienlast $\boldsymbol{q^*(z)}$ betrachtet werden kann, deren Intensität proportional zur Absenkung $\boldsymbol{v(z)}$ ist (Hypothese von Winkler/Zimmermann). Als Proportionalitätsfaktor wird die sogenannte **Bettungsziffer** $\boldsymbol{k(z)}$ eingeführt (Materialwert, der durch Versuche ermittelt wird).



Reaktion der Bettung bei der Verformung:



Dann ist in die Differentialgleichung der Biegelinie 4. Ordnung für den geraden Träger als Linienlast die Differenz

$$q(z) - q^*(z) = q(z) - k(z)\,v(z)$$

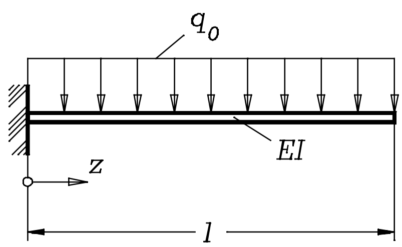
einzusetzen, und es ergibt sich die **Differentialgleichung für die Verformung des elastisch gebetteten Trägers**

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EI(z)\,\frac{d^2v(z)}{dz^2}\right] + k(z)\,v(z) = q(z) \quad .$$

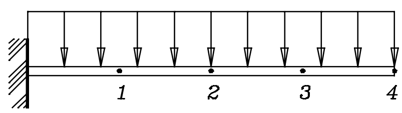
Für den Spezialfall eines Abschnitts mit konstanter Bettungsziffer $\boldsymbol{k(z) = k_0}$, konstanter Biegesteifigkeit $\boldsymbol{EI(z) = EI_0}$ und Linienlast $\boldsymbol{q(z) = q_0}$ ermittle man die **allgemeine Lösung** dieser Differentialgleichung.

Aufgabe 12.7 Die Verformung des nebenstehend skizzierten Kragträgers wird durch folgendes Randwertproblem beschrieben:

$$\begin{aligned} EIv'''' &= q_0 \\ v(0) &= 0 \\ v'(0) &= 0 \\ v''(l) &= 0 \\ v'''(l) &= 0 \end{aligned}$$



Die Länge $\boldsymbol{l}$ wird (sehr grob) in vier äquidistante Abschnitte unterteilt, und für die Punkte 1 bis 4 ist die Differentialgleichung durch vier Differenzengleichungen anzunähern. Diese sind durch vier weitere Gleichungen zu ergänzen, die sich aus den Randbedingungen ergeben.



a) Die Näherungswerte für die Verschiebungen der Punkte 1 bis 4, die sich aus der Lösung des Gleichungssystems ergeben, sind mit der exakten Lösung des Randwertproblems zu vergleichen.

b) Man ermittle Näherungswerte für die Biegemomente an den Punkten 1 bis 4 und an der Einspannstelle, indem man in der Differentialbeziehung

$$M_b = -EI\,v''$$

die zweite Ableitung ebenfalls durch die entsprechende Differenzenformel ersetzt.

Aufgabe 12.8 Die Genauigkeit der Näherungslösung nach dem Differenzenverfahren kann durch feinere Diskretisierung wesentlich verbessert werden. Neben dem Nachteil erhöhten Aufwands für die Lösung großer linearer Gleichungssysteme ergibt sich auch die Gefahr, daß bei zu feiner Einteilung (und entsprechend großem Gleichungssystem) durch die unvermeidlichen Rundungsfehler das Ergebnis wieder schlechter wird. Mit dem Randwertproblem der Aufgabe 12.7 sind deshalb "numerische Experimente" durchzuführen:

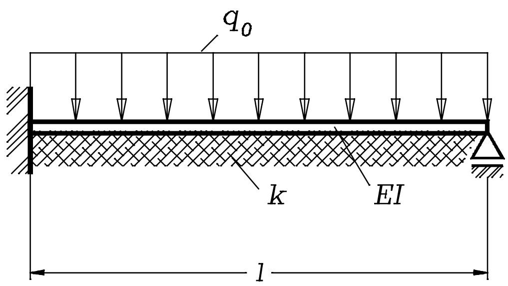
a) Mit immer feiner werdender Unterteilung ist zu verfolgen, wie sich die Lösung verbessert. Bei welcher Anzahl von Abschnitten, in die die Länge unterteilt wird, wird das Ergebnis wieder schlechter?

b) Ändert sich das Ergebnis dieser Untersuchung, wenn der Träger am rechten Rand zusätzlich durch ein Loslager gestützt wird?

Aufgabe 12.9 Es ist ein Programm zu schreiben, das ein Gleichungssystem nach dem Differenzenverfahren für die Verformungsberechnung des skizzierten elastisch gebetteten Trägers erzeugt. Die Feinheit der Diskretisierung (***N*** Abschnitte) und die konstanten Problemparameter

$$\frac{q_0\, l^4}{EI} \quad und \quad \frac{k\, l^4}{EI}$$

sollen als Eingabewerte eingelesen werden.



Das Gleichungssystem ist in der Form auf einem File abzulegen, daß es vom Programm MLINEQ des Programmsystems CAMMPUS eingelesen werden kann.

Aufgabe 12.10 Mit Hilfe des EULER-CAUCHY-Verfahrens ist im Bereich $\mathbf{0 \le x \le 5}$ das folgende Anfangswertproblem zu lösen:

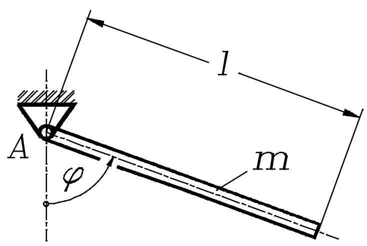
$$y' = \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \qquad ; \qquad y(0) = 1$$

(Bestimmung des Querschnitts eines Spiegels, der paralleles Licht so ablenkt, daß alle Lichtstrahlen durch den Nullpunkt gehen, mit der zusätzlichen Bedingung, daß $\boldsymbol{y(x)}$ durch den Punkt **(0;1)** verläuft, vgl. Aufgabe 12.2).

a) Man rechne mit den Schrittweiten $\boldsymbol{h_1 = 1 \; ; \; h_2 = 0{,}1 \; ; \; h_3 = 0{,}01 \; ; \; h_4 = 0{,}001}$ und vergleiche die Ergebnisse für $\boldsymbol{y(5)}$ mit den Werten der exakten Lösung.

b) Welche Probleme sind aus der Kenntnis der exakten Lösung des Anfangswertproblems für die numerische Lösung mit einer negativen Schrittweite zu erwarten?

Aufgabe 12.11 Ein schlanker Stab mit der Masse ***m*** und der Länge ***l*** ist in ***A*** drehbar gelagert (Massenträgheitsmoment bezüglich des Punktes $\boldsymbol{A}$**:** $\boldsymbol{J_A = m\, l^2/3}$). Er wird um den Winkel φ_0 ausgelenkt und zum Zeitpunkt $\boldsymbol{t_0 = 0}$ ohne Anfangsgeschwindigkeit freigelassen.



Gegeben: $\boldsymbol{l \; ; \; \varphi_0}$.

Bei Vernachlässigung von Bewegungswiderständen wird die Schwingung durch folgendes Anfangswertproblem beschrieben:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{3g}{2l}\sin\varphi \qquad ; \qquad \varphi(t=0) = \varphi_0 \qquad ; \qquad \dot{\varphi}(t=0) = 0 \quad .$$

a) Es ist ein Programm zu schreiben, mit dem näherungsweise nach dem Verfahren von EULER-CAUCHY die Funktion $\boldsymbol{\varphi(t)}$ ermittelt wird. Eingabewerte sollen die Anfangsauslenkung φ_0 und die Schrittweite Δt für die numerische Integration sowie die Anzahl der auszuführenden Integrationsschritte sein.

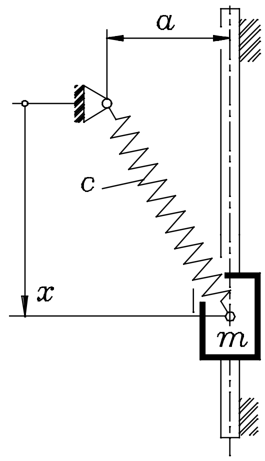
b) Mit mindestens zwei (überprüfbaren) Testrechnungen sind die Richtigkeit des Programms und die Qualität der Näherung zu testen.

Aufgabe 12.12 Für das Anfangswertproblem der Aufgabe 12.11 ist ein Programm zu schreiben, das nach dem Prädiktor-Korrektor-Verfahren von HEUN mit drei Korrektorschritten pro Integrationsschritt näherungsweise die Funktion $\varphi(t)$ berechnet.

a) Für eine Anfangsauslenkung von $\varphi_0 = \pi/2$ sind 5 volle Schwingungen durchzurechnen, und für die Schrittweiten $\Delta t_1 = 0{,}1\ s$, $\Delta t_2 = 0{,}01\ s$ und $\Delta t_3 = 0{,}001\ s$ ist zu überprüfen, ob die Anfangsauslenkung exakt wieder erreicht wird. Die Ergebnisse sind mit den entsprechenden Werten zu vergleichen, die sich aus einer Rechnung mit dem Programm der Aufgabe 12.11 ergeben.

b) Das Programm ist so zu modifizieren, daß es Werte der Funktion $\omega(\varphi_0)$ (Eigenkreisfrequenz der Schwingung in Abhängigkeit von der Anfangsauslenkung) im Intervall $0 \le \varphi_0 \le \pi$ ermittelt. Für jeden Wert ist auch der relative Fehler auszugeben, der sich bei der üblichen Linearisierung des Problems für "kleine Ausschläge" ergeben würde.

Aufgabe 12.13 Ein Gleitstein mit der Masse m kann auf einer vertikalen Führung reibungsfrei gleiten. Er ist durch eine Feder gefesselt, die im entspannten Zustand die Länge b hat. Der Gleitstein wird um x_0 ausgelenkt und zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ohne Anfangsgeschwindigkeit freigelassen.



Mit der dimensionslosen Koordinate $\xi = x/a$ wird die Bewegung durch das folgende Anfangswertproblem beschrieben:

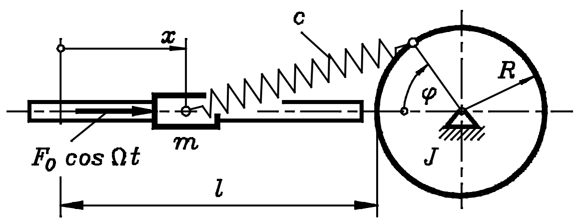
$$\ddot{\xi} = \frac{g}{a}\left[1 - \frac{c\,a}{m\,g}\left(\sqrt{1+\xi^2} - \frac{b}{a}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}}\right] \quad ;$$

$$\xi\,(t=0) = x_0/a \quad ; \quad \dot{\xi}\,(t=0) = 0 \quad .$$

Man ermittle numerisch für das Intervall $0 \le t \le 10\ s$ die Bewegungsgesetze $\xi(t)$

für die Anfangsauslenkungen $\xi_0 = x_0 / a = -5\ ;\ -4\ ;\ -4{,}4923\ ;\ -4{,}4922$
und die Parameter $c\,a\,/\,(m\,g) = 1\ ;\ \ b/a = 4\ ;\ \ g/a = 9{,}81\ s^2$.

Aufgabe 12.14 Das skizzierte System mit zwei Freiheitsgraden wird durch eine periodisch veränderliche Kraft $F(t)$ belastet (Länge der entspannten Feder: l). Die Lagen der Masse m und der Scheibe (mit dem Massenträgheitsmoment J) werden durch die dimensionslosen Koordinaten $q_1 = x\,/\,l$, $q_2 = \varphi$ beschrieben. Mit der "dimensionslosen Zeit" $\tau = \Omega\, t$ (die Punkte über den dimensionslosen Koordinaten stehen für die Ableitungen nach dieser dimensionslosen Zeit) wird das System durch folgende Differentialgleichungen beschrieben:



$$\ddot{q}_1 = \frac{c}{m\,\Omega^2}\,\frac{A-1}{A}\left(B - \frac{R}{l}\cos q_2\right) + \frac{F_0}{m\,l\,\Omega^2}\sin\tau \quad ,$$

$$\ddot{q}_2 = -\frac{m\,R^2}{J}\,\frac{c}{m\,\Omega^2}\,\frac{A-1}{\frac{R}{l}A}\,B\sin q_2 \qquad mit$$

$$A = \sqrt{\left[1 + \frac{R}{l}\left(1-\cos q_2\right) - q_1\right]^2 + \left(\frac{R}{l}\right)^2 \sin^2 q_2} \quad ; \quad B = 1 + \frac{R}{l} - q_1$$

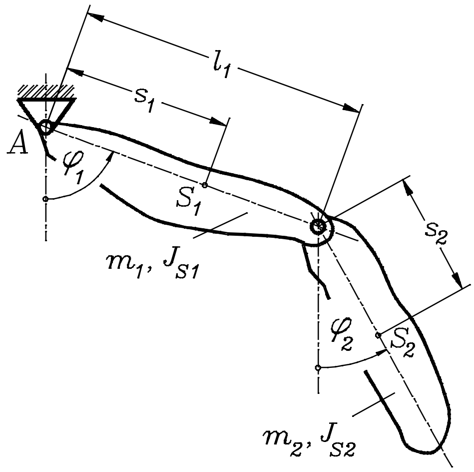
Für das Intervall $0 \le \tau \le 15$ ist das Bewegungsgesetz numerisch zu ermitteln.

Gegeben: $c\,/\,(m\,\Omega^2) = 10\ ;\quad m\,R^2/J = 2\ ;\quad R/l = 5/13\ ;\quad F_0/(m\,l\,\Omega^2) = 2$.

Anfangsbedingungen:

$$q_1(\tau=0) = \frac{x}{l}(t=0) = 1 + \frac{R}{l} - \sqrt{1 - \left(\frac{R}{l}\right)^2}$$

$$q_2(\tau=0) = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \dot{q}_1(\tau=0) = \dot{q}_2(\tau=0) = 0 \quad .$$



Aufgabe 12.15

Ein Doppelpendel wird durch die beiden Pendelmassen $\boldsymbol{m_1}$ und $\boldsymbol{m_2}$, die auf die jeweiligen Schwerpunkte bezogenen Massenträgheitsmomente $\boldsymbol{J_{S1}}$ und $\boldsymbol{J_{S2}}$, die Schwerpunktabstände von den Drehpunkten $\boldsymbol{s_1}$ und $\boldsymbol{s_2}$ und dem Abstand $\boldsymbol{l_1}$ der beiden Drehpunkte voneinander bestimmt.

Die freie Schwingung dieses Systems mit zwei Freiheitsgraden wird durch das folgende Differentialgleichungssystem beschrieben:

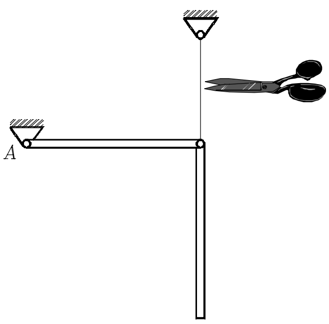
$$\left[\left(\frac{s_1}{l_1}\right)^2 + \frac{J_{S1}}{m_1 l_1^2} + \frac{m_2}{m_1}\right]\ddot{\varphi}_1 + \left[\frac{m_2}{m_1}\frac{s_2}{l_1}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\right]\ddot{\varphi}_2 = -\frac{m_2}{m_1}\frac{s_2}{l_1}\dot{\varphi}_2^2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \left(\frac{s_1}{l_1} + \frac{m_2}{m_1}\right)\frac{g}{l_1}\sin\varphi_1$$

$$\left[\frac{m_2}{m_1}\frac{s_2}{l_1}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\right]\ddot{\varphi}_1 + \left[\frac{m_2}{m_1}\left(\frac{s_2}{l_1}\right)^2 + \frac{J_{S2}}{m_1 l_1^2}\right]\ddot{\varphi}_2 = \frac{m_2}{m_1}\frac{s_2}{l_1}\dot{\varphi}_1^2\sin(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{m_2}{m_1}\frac{s_2}{l_1}\frac{g}{l_1}\sin\varphi_2$$

a) Für das Programm MCALCU aus dem Programmsystem CAMMPUS ist das Differentialgleichungssystem (als System 1. Ordnung mit 4 Differentialgleichungen) zu definieren (die o. g. Größen sollen als Problemparameter durch Konstanten mit Namen einfließen).

b) Für den nebenstehend skizzierten Spzialfall (zwei schlanke Stäbe gleicher Masse und gleicher Länge) sind die Funktionen $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ im Intervall $\mathbf{0 \le t \le 10\ s}$ zu ermitteln. Dabei sollen (wie skizziert) die Anfangsbedingungen

$$\varphi_1(t=0) = \pi/2 \quad ; \quad \varphi_2(t=0) = 0 \quad ;$$
$$\dot{\varphi}_1(t=0) = 0 \quad ; \quad \dot{\varphi}_2(t=0) = 0$$



verwendet werden. In mehreren Programmläufen ist die Anzahl von Zeitschritten zu ermitteln, mit denen die Ergebnisse im betrachteten Intervall ausreichend genau werden. Es sind folgende Zahlenwerte zu verwenden:

$$m_2/m_1 = 1 \quad ; \quad J_{S1}/(m_1 l_1^2) = 1/12 \quad ; \quad s_1/l_1 = 1/2 \quad ;$$
$$g/l_1 = 9{,}81\, s^{-2} \quad ; \quad J_{S2}/(m_1 l_1^2) = 1/12 \quad ; \quad s_2/l_1 = 1/2 \quad .$$